



Nacionalni centar
za vanjsko vrednovanje
obrazovanja

Identifikacijska
naljepnica

PAŽLJIVO NALIJEPI

MAT A

MATEMATIKA

viša razina

MAT A D-S032

MATA.32.HR.R.K1.24



18429



12

Matematika

A TAM
Prazna stranica

MAT A D-S032



OPĆE UPUTE

Pozorno pročitajte sve upute i slijedite ih.

Ne okrećite stranicu i ne rješavajte zadatke dok to ne odobri dežurni nastavnik.

Nalijepite identifikacijske naljepnice na sve ispitne materijale koje ste dobili u sigurnosnoj vrećici.

Ispit traje **180** minuta.

Ispred svake skupine zadataka je uputa za rješavanje. Pozorno je pročitajte.

Za pomoć pri računanju možete upotrebljavati **list za koncept koji se neće bodovati**.

Olovku i gumicu možete upotrebljavati samo na listu za koncept i za crtanje grafa.

Na listu za odgovore i u ispitnoj knjižici upotrebljavajte isključivo kemijsku olovku kojom se piše plavom ili crnom bojom.

Možete upotrebljavati priloženu knjižicu formula.

Pišite čitko. Nečitki odgovori bodovat će se s nula (0) bodova.

Ako pogriješite u pisanju, pogreške stavite u zagrade, precrtajte ih i stavite skraćeni potpis.

Kada riješite zadatke, provjerite odgovore.

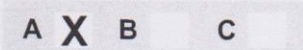
Želimo Vam mnogo uspjeha!

Ova ispitna knjižica ima 24 stranice, od toga 2 prazne.

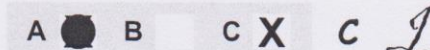
Ako ste pogriješili u pisanju odgovora, ispravite ovako:

a) zadatak zatvorenoga tipa

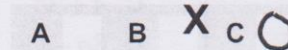
Ispravno



Ispravak pogrešnoga unosa



Neispravno



Prepisan točan odgovor

Skraćeni potpis

b) zadatak otvorenoga tipa

~~(Marko Marulić)~~

Petar Preradović

Precrtan netočan odgovor u zagradama

Točan odgovor

Skraćeni potpis



Matematika

I. Zadatci višestrukoga izbora

U sljedećim zadacima od više ponuđenih odgovora samo je **jedan** točan.
 Za pomoć pri računanju možete pisati i po ovim stranicama ispitne knjižice.
 Točne **odgovore morate označiti znakom X na listu za odgovore** kemijskom olovkom.
 U zadacima od 1. do 10. točan odgovor donosi jedan bod, a u zadacima od 11. do 15. dva boda.

1. Koliko posto od 568 iznosi 426?

- A. 25 %
 B. 33 %
 C. 53 %
 D. 75 %

$$\text{p\% od } 568 \text{ je } 426$$

$$\text{p\%} \cdot 568 = 426$$

$$\text{p\%} = \frac{426}{568} = 0.75 = \frac{75}{100} = 75\%$$

- A.
 B.
 C.
 D.

2. Broj a jednak je 10. Kada se a umanju za 1 i potom kubira, dobije se broj b .
 Koliko iznosi trećina broja b ?

- A. 216
 B. 243
 C. 265
 D. 291

$$a = 10$$

$$(a-1)^3 = b$$

$$\frac{1}{3}b = \frac{1}{3}(a-1)^3 = \frac{1}{3}(10-1)^3 = \frac{1}{3} \cdot 9^3 = 243$$

- A.
 B.
 C.
 D.

3. Nakon provedenih računskih operacija u izrazu $5 - \frac{1+3a}{a}$ dobiven je razlomak s nazivnikom a .
 Koji je od navedenih izraza brojnik toga razlomka?

- A. $2a-1$
 B. $4-3a$
 C. $4+3a$
 D. $8a-1$

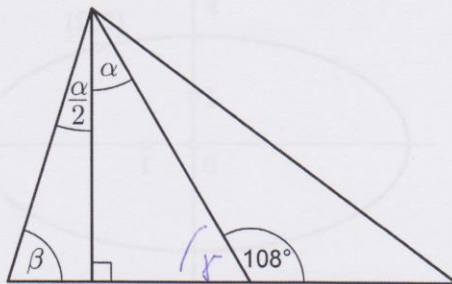
$$5 - \frac{1+3a}{a} = \frac{5a - (1+3a)}{a} = \frac{5a-1-3a}{a} = \frac{2a-1}{a}$$

- A.
 B.
 C.
 D.



Matematika

4. Kolika je mjera kuta β prikazanoga na skici?



A. $\beta = 54^\circ$

B. $\beta = 63^\circ$

C. $\beta = 75^\circ$

D. $\beta = 81^\circ$

I inačica:

$$\frac{\alpha}{2} + \beta = 90^\circ \quad \text{-pravokutni trokut}$$

$$\alpha + 90^\circ = 108^\circ \quad \text{-kut čija je mjera } 108^\circ$$

$$\alpha = 108^\circ - 90^\circ$$

$$\alpha = 18^\circ$$

$$\frac{18^\circ}{2} + \beta = 90^\circ$$

2

$$\beta = 90^\circ - 9^\circ$$

$$\beta = 81^\circ$$

-pravokutni trokut

-kut čija je mjera 108° je VANJSKI kut pravokutnog trokuta i njegova mjera jednaka je 2 broju mjera unutrašnjih kutova

A.

B.

C.

D.

to je pravokutni trokut koji tom vanjskom kutu misli susjedni

II inačica:

$$\gamma = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ \quad \text{-suplementarni:}$$

$$\alpha + \gamma = 90^\circ$$

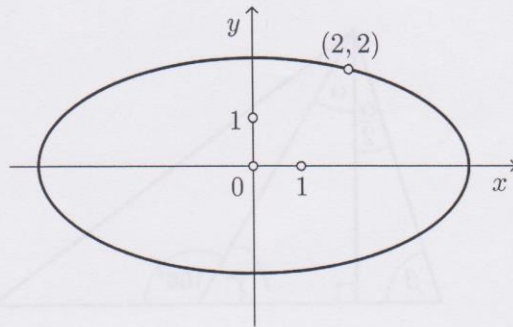
$$\alpha = 90^\circ - 72^\circ = 18^\circ$$

$$\beta = 90^\circ - \frac{\alpha}{2} = 90^\circ - \frac{18^\circ}{2} = 90^\circ - 9^\circ = 81^\circ$$



Matematika

5. Kojom je od navedenih jednadžba određen skup točaka prikazan u koordinatnome sustavu na slici?



A. $y^2 = 2x$... parabola

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$... kružnica

C. $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$... elipsa, $(2, 2) \in$ elipsi $\frac{2^2}{20} + \frac{2^2}{5} = 1$

D. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{12} = 1$... hiperbola

- A.
- B.
- C.
- D.

6. Koliki je argument φ u trigonometrijskome prikazu kompleksnoga broja $z = 5i$?

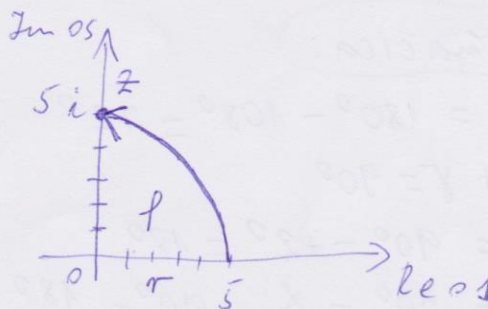
$z = 5i = (0, 5) = (5, \frac{\pi}{2})$ iz dužice

A. $\frac{\pi}{3}$

B. $\frac{\pi}{2}$

C. $\frac{2\pi}{3}$

D. $\frac{3\pi}{2}$



$\varphi = \arg z = \frac{\pi}{2}$

$r = |z| = 5$

$z = (r, \varphi)$

- A.
- B.
- C.
- D.



7) II inačica (određeno računano) $27^m = 8$

$$\log 27^m = \log 8$$

$$m \log 27 = \log 8$$

$$m = \frac{\log 8}{\log 27}$$

$$g^m = g^{\frac{\log 8}{\log 27}} = 4$$

Matematika

7. Ako je $27^m = 8$, koliko je 9^m ?

A. 2
B. 3
C. 4
D. 6

I inačica

$$27^m = 8$$

$$(3^3)^m = 2^3$$

$$3^{3m} = 2^3$$

$$\left[(3^2)^{\frac{1}{2}} \right]^{3m} = 2^3$$

$$9^{\frac{1}{2} \cdot 3m} = 2^3$$

$$(9^m)^{\frac{3}{2}} = 2^3$$

$$(9^m)^{\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3}} = 2^{3 \cdot \frac{2}{3}}$$

$$9^m = 2^2$$

$$9^m = 4$$

A.
B.
C. X
D.

8. Zadana je funkcija $f(x) = 4x + 1$.
Koja je od navedenih tvrdnja o grafu funkcije f istinita?

A. Graf funkcije f siječe os x u točki s apscisom $-\frac{1}{4}$.
B. Graf funkcije f siječe os x u točki s apscisom 1.
C. Graf funkcije f siječe os y u točki s ordinatom -1 .
D. Graf funkcije f siječe os y u točki s ordinatom $\frac{1}{4}$.

$M(-\frac{1}{4}, 0)$... siječe x-os
 $N(0, 1)$... siječe y-os

- graf funkcije $f(x) = 4x + 1$ je pravac $y = 4x + 1$... eksplicitni oblik
- zapisimo u segmentnom obliku:
 $-4x + y = 1 \Rightarrow \frac{x}{-\frac{1}{4}} + \frac{y}{1} = 1$

$M(m, 0)$ i $N(0, n)$ - sjecište s koordinatnim osima

A. X
B.
C.
D.

9. Zadane su funkcije $f(x) = x^4$, $g(x) = \frac{1}{x}$, $h(x) = \sin x$.
Koliko je među njima neparnih funkcija?

A. niti jedna
B. samo jedna
C. točno dvije
D. sve tri

$f(x) = -f(x), \forall x \in D_f$

$f(-x) = (-x)^4 = x^4 = f(x)$ je parna
 $g(-x) = \frac{1}{-x} = -g(x)$ je neparna
 $h(-x) = \sin(-x) = -\sin x = -h(x)$ je neparna

A.
B.
C. X
D.

10. Kada se izraz $4n^3 + 12n^2 - n - 3$, $n \in \mathbb{N}$ napiše u obliku umnoška linearnih faktora s cjelobrojnim koeficijentima, koji je od navedenih izraza jedan od tih faktora?

I inačica: metoda grupiranja

A. $n+1$
B. $n+2$
C. $2n+1$
D. $2n+3$

$$4n^3 + 12n^2 - n - 3 = 4n^2(n+3) - (n+3) = (n+3)(4n^2 - 1)$$

$$(n+3)(2n-1)(2n+1)$$

prepoznav razliku kvadrata

II inačica: faktorizacijom polinoma III stupnja (određeno računano) fx. 991ES PLUS

A.
B.
C. X
D.

MODE 5: EQN MAT A D-S032

$$4x^3 + 12x^2 - x - 3 = a(x-n_1)(x-n_2)(x-n_3) = 4(x+3)(x-\frac{1}{2})(x+\frac{1}{2}) = (x+3)(2x-1)(2x+1)$$

$[4 \equiv 12 \equiv -1 \equiv -3] \equiv$

$x_1 = -3 \Rightarrow n_1, x_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow n_2, x_3 = -\frac{1}{2} \Rightarrow n_3$

01

III (12) II inačica (kopižica formula): tangenti na graf funkcije f u $T(x_1, y_1)$:
 $|y - y_1 = f'(x_1)(x - x_1)|$ $T(2, y_1)$ $f'(x) = (\sqrt{x^3+1})' = [(x^3+1)^{\frac{1}{2}}]' =$
 $f(2) = \sqrt{2^3+1} = 3$ $\frac{1}{2} (x^3+1)^{-\frac{1}{2}} \cdot 3x^2$
 $T(2, 3)$ $f'(2) = \frac{1}{2} (2^3+1)^{-\frac{1}{2}} \cdot 3 \cdot 2^2 = 2$ (*)

Matematika

$y - 3 = f'(2)(x - 2)$ (*) $\Rightarrow y - 3 = 2(x - 2)$ $\boxed{y = 2x - 1}$

11. Ako je $x \in (1, 3)$, koliko je $|2x+3| + |1-5x|$? A.
B.
C.
D.

A. $-7x-2$ $x \in (1, 3), x=2$ $\begin{matrix} > 0 & < 0 \\ |2x+3| + |1-5x| = \\ (2x+3) + [-(1-5x)] = \\ 2x+3 + 5x-1 = 7x+2 \end{matrix}$
 B. $-3x+4$ $2x+3 = 2 \cdot 2 + 3 = 7 > 0$
 C. $3x-4$ $1-5x = 1-5 \cdot 2 = -9 < 0$
 D. $7x+2$ $\boxed{|x| = \begin{cases} x & \text{za } x \geq 0 \\ -x & \text{za } x < 0 \end{cases}}$

12. Zadana je funkcija $f(x) = \sqrt{x^3+1}$. Koja je od navedenih jednažba tangenta na graf funkcije f u točki $(2, y)$? A.
B.
C.
D.

I inačica: t (tangenta) ... $y = kx + l$
 A. $y = 2x - 1$ $f(x) \cap t = T(2, y)$
 B. $y = 2x + 5$ $f(2) = \sqrt{2^3+1} = 3$
 C. $y = 3x - 1$ $f(2) = y = 3$
 D. $y = 3x + 5$

- uvrstimo koordinate točke $T(2, 3)$
 A. $y = 2x - 1$
 $3 = 2 \cdot 2 - 1$
 $\boxed{3 = 3}$ (+)
 - jedino pravac pod A. prolazi točkom T

13. Pravac p okomit je na pravac $4x+3y+5=0$ i dira kružnicu $(x-4)^2+(y+2)^2=16$. Kojom je od navedenih jednažba određen pravac p ? A.
B.
C.
D.

$p \dots y = kx + l$, $g' \dots 4x + 3y + 5 = 0$, $k \dots (x-4)^2 + (y+2)^2 = 16$
 A. $y = -\frac{4}{3}x + 5$ $p \perp g' \dots y = -\frac{4}{3}x - \frac{5}{3}$, $k_p = -\frac{1}{k_{g'}} = -\frac{1}{-\frac{4}{3}} = \frac{3}{4}$
 B. $y = -\frac{4}{3}x + 10$ $p \cap k = D(x, y)$, $p \dots$ tangenta
 C. $y = \frac{3}{4}x - 5$ $p \dots y = \frac{3}{4}x + l$
 - kopižica formula (umjet dodira pravca i kružnice)
 D. $y = \frac{3}{4}x - 10$ $\boxed{r^2(1+k^2) = (k \cdot p - g + l)^2}$
 $(x-p)^2 + (y-q)^2 = r^2 \Rightarrow (x-4)^2 + (y+2)^2 = 16$, $s(4, -2)$, $r = 4$
 $s(4, -2) \Rightarrow p = 4, q = -2$

MATA D-S032 01

$16[1 + (\frac{3}{4})^2] = [(\frac{3}{4}(4) - (-2) + l)]^2 + [(\frac{3}{4} \cdot 4 - (-2) + l)]^2$
 $16 \cdot \frac{25}{16} = (3 + 2 + l)^2$, $25 = (5 + l)^2$ $|11|$
 $5 = |5 + l| \Rightarrow 5 + l = \pm 5$
 $\rightarrow l_1 = 0 \dots y = \frac{3}{4}x$
 $\rightarrow l_2 = -10 \dots y = \frac{3}{4}x - 10$

Matematika

14. Mahovinom je prekriveno 1.3 m^2 kore drveta. Na kraju svakoga tjedna površina mahovine povećana je za 5% u odnosu na površinu mahovine na kraju prethodnoga tjedna. Koliku će površinu kore drveta prekriti mahovina nakon 8 tjedana rasta?

- A. 1.7 m^2
- B. 1.92 m^2**
- C. 2.4 m^2
- D. 2.65 m^2

površina mahovine: $P_0 = 1.3 \text{ m}^2$ $P_n = P_0 (1+5\%)^n$

1 tjedan: $P_1 = P_0 + 5\%P_0 = P_0(1+5\%)$

2 tjedan: $P_2 = P_1 + 5\%P_1 = P_1(1+5\%) = P_0(1+5\%)^2$

3 tjedan: $P_3 = P_2 + 5\%P_2 = P_2(1+5\%) = P_0(1+5\%)^3$

...

8 tjedan: $P_8 = P_0(1+5\%)^8$

$P_8 = 1.3(1+0.05)^8 = 1.92069... \approx 1.92 \text{ m}^2$

- A.
- B. X**
- C.
- D.

15. Istraživanje je pokazalo da se broj jedinka neke životinjske vrste periodički mijenja.

Broj jedinka $f(t)$ procjenjuje se prema formuli $f(t) = A \sin\left(Bt - \frac{7\pi}{4}\right) + D$

gdje je t broj godina proteklih od početka mjerenja.

Najmanje jedinka te životinjske vrste bilo je 5 godina nakon početka mjerenja kada je prebrojano 300 jedinka. Nakon toga broj jedinka je rastao u iduće 4 godine te je najviše jedinka te životinjske vrste bilo 9 godina nakon početka mjerenja kada je prebrojano 920 jedinka. Koliki će prema toj procjeni biti broj jedinka te životinjske vrste 18 godina nakon početka mjerenja?

$\min f(5) = 300 \Rightarrow -A + D = 300$

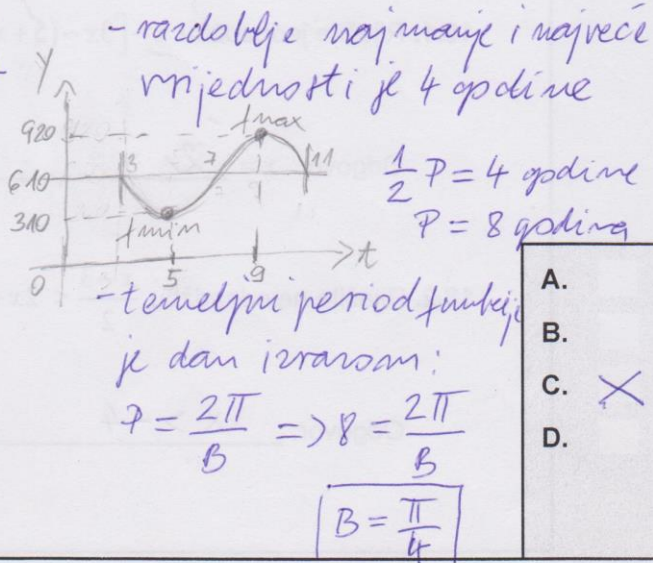
$\max f(9) = 920 \Rightarrow A + D = 920$

$2D = 1220$

$D = 610$

$A + 610 = 920$

$A = 310$



- A. 680
- B. 750
- C. 830**
- D. 910

- A.
- B.
- C. X**
- D.

$f(18) = 310 \sin\left(\frac{\pi}{4} \cdot 18 - \frac{7\pi}{4}\right) + 610$

$f(18) = 310 \sin \frac{11\pi}{4} + 610$

$f(18) = 310 \sin\left(\frac{3\pi}{4} + 2\pi\right) + 610$

$f(18) = 310 \sin \frac{3\pi}{4} + 610 = 310 \frac{\sqrt{2}}{2} + 610 = 155\sqrt{2} + 610 = 829,203$

$f(18) \approx 830$

MAT A D-S032



Matematika

PP ČITAJ UPUTE


II. Zadatci kratkoga odgovora

U sljedećim zadacima odgovorite kratkim odgovorom.

Za pomoć pri računanju upotrebljavajte list za koncept koji se neće bodovati.

Odgovore upišite **samo** na predviđeno mjesto u ovoj ispitnoj knjižici.

Ne popunjavajte prostor za bodovanje.

<p>16. Izračunajte $\sqrt{288} \sqrt[3]{5832}$.</p> <p>Odgovor: <u>72</u></p>	<p>0 <input type="checkbox"/></p> <p>1 <input type="checkbox"/></p> <p>bod</p>
<p>17. Sunce je od središta Mliječne staze udaljeno $1.644 \cdot 10^9$ astronomskih jedinica. Izrazite tu udaljenost u kilometrima.</p> <p>Napomena: 1 astronomska jedinica = $1.496 \cdot 10^{11}$ m.</p> <p>Odgovor: <u>$2.459 \cdot 10^{17}$</u> km</p>	<p>0 <input type="checkbox"/></p> <p>1 <input type="checkbox"/></p> <p>bod</p>
<p>18. Riješite zadatke.</p> <p>18.1. Riješite jednadžbu $x - [3x - (5 + x)] + 8 = 3(x + 2) - 1$.</p> <p>Odgovor: $x =$ <u>2</u></p> <p>18.2. Riješite nejednadžbu $\frac{x-3}{2} < 2x + 4.5$.</p> <p>Odgovor: <u>$x > -4$</u></p>	<p>0 <input type="checkbox"/></p> <p>1 <input type="checkbox"/></p> <p>bod</p>
<p>MAT A D-S032</p>	 <p>02</p>

Matematika

19. Riješite zadatke.

19.1. Izrazite A iz izraza $5A + C = 6AB$.

Odgovor: $A = \frac{C}{6B-5}$

0

1

bod

19.2. Odredite sva realna rješenja jednadžbe $5y - 135y^4 = 0$.

Odgovor: $0, \frac{1}{3}$

0

1

bod

20. Riješite zadatke.

20.1. Odredite prirodan broj n koji je rješenje kvadratne jednadžbe

$$0.75 \cdot n^2 - 15 \cdot n - 513 = 0.$$

Odgovor: $n = 38$

0

1

bod

20.2. Restoran priprema obroke za grupe na turističkome putovanju. Pokazalo se da je zarada restorana jednaka $Z = 0.75 \cdot n^2 - t \cdot n - 5$ pri čemu n označava broj članova grupe, a t troškove (u kunama) pripreme obroka za jednoga člana grupe. Restoran je pripremio obroke za 40 članova grupe i zaradio 515 kn. Koliki su bili troškovi pripreme obroka za jednoga člana grupe?

Odgovor: 17 kn


0

1

bod



Matematika

<p>21. Riješite zadatke.</p> <p>21.1. Riješite nejednadžbu $7^{x-1} \leq 2$.</p> <p>Odgovor: <u>$x \leq 1 + \log_7 2$</u></p> <p>21.2. Napišite izraz $\frac{1}{\log_5 a^2}$ s pomoću logaritma po bazi a.</p> <p>Odgovor: <u>$\frac{1}{2} \log_a 5$</u></p>	<p>0 <input type="checkbox"/></p> <p>1 <input type="checkbox"/></p> <p>bod</p>
<p>22. Riješite zadatke.</p> <p>22.1. Razlika aritmetičkoga niza jest $d = 12$. Ako je $a_{57} = 206$, koliko je a_{54}?</p> <p>Odgovor: $a_{54} =$ <u>170</u></p> <p>22.2. Izračunajte koliko je</p> $\binom{100}{0} \cdot 2^{100} - \binom{100}{1} \cdot 2^{99} + \binom{100}{2} \cdot 2^{98} - \dots + \binom{100}{98} \cdot 2^2 - \binom{100}{99} \cdot 2 + \binom{100}{100}$ <p>Odgovor: <u>1</u></p>	<p>0 <input type="checkbox"/></p> <p>1 <input type="checkbox"/></p> <p>bod</p> <p>0 <input type="checkbox"/></p> <p>1 <input type="checkbox"/></p> <p>bod</p>
<p style="text-align: center;">Odgovor: _____</p>	
<p>MAT A D-S032</p>	 <p>02</p>

Matematika

23. Zadana je funkcija $f(x) = 3x^2 - 6x + 2 - p$ gdje je $p \in \mathbf{R}$.

23.1. Za koju vrijednost parametra p umnožak rješenja jednadžbe $f(x) = 0$ iznosi 5?

Odgovor: $p = \underline{-13}$

23.2. Za koje vrijednosti parametra p funkcija f poprima pozitivne vrijednosti za svaki $x \in \mathbf{R}$?

Odgovor: $\underline{p < -1}$

0

1

bod

0

1

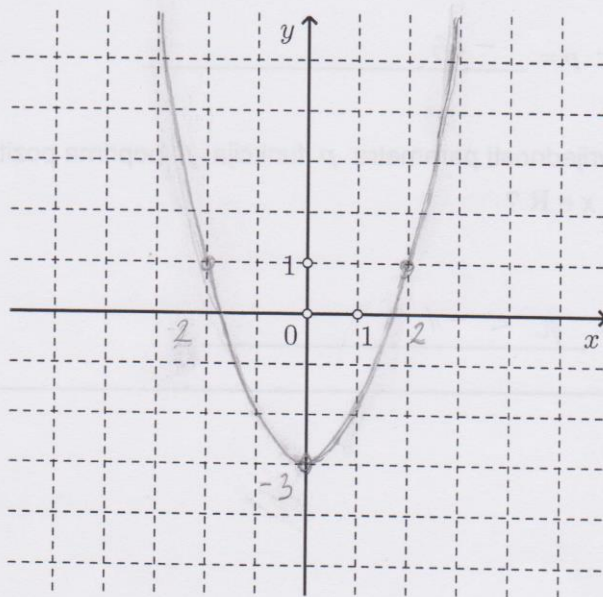
bod



Matematika

24. Riješite zadatke.

24.1. Nacrtajte graf **kvadratne** funkcije koji je simetričan s obzirom na os y te prolazi točkama $A(0, -3)$ i $B(2, 1)$.

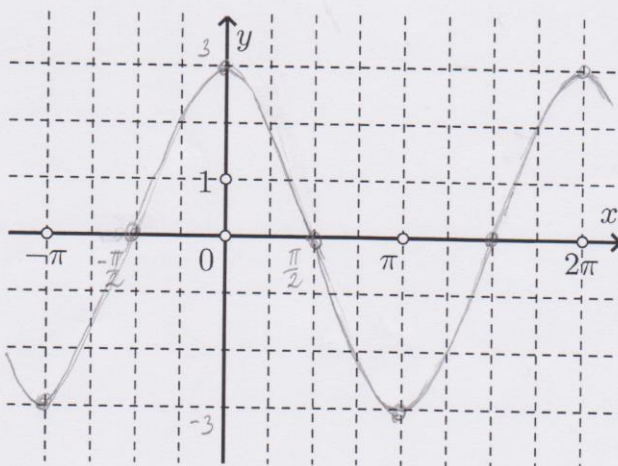


0

1

bod

24.2. Nacrtajte graf funkcije $f(x) = 3 \cos x$ na intervalu $[-\pi, 2\pi]$.




0

1


bod



Matematika

<p>25. Riješite zadatke.</p> <p>25.1. Zadan je izraz $\frac{\sin^2 x - \cos^2 x + 1}{\cos^2 x}$. Pojednostavnite ga i napišite uz pomoć a ako je $a = \operatorname{tg} x$.</p> <p>Odgovor: <u>2a²</u></p>	<p>0 <input type="checkbox"/></p> <p>1 <input type="checkbox"/></p> <p>bod</p>
<p>25.2. Riješite jednadžbu $\left(\sin x - \frac{1}{2}\right)\left(\sin x + \frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$.</p> <p>Odgovor: <u>$x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$</u></p>	<p>0 <input type="checkbox"/></p> <p>1 <input type="checkbox"/></p> <p>bod</p>
<p>26. Riješite zadatke.</p> <p>26.1. Duljina osnovice jednakokravnoga trokuta iznosi 9 cm, a mjera kuta između osnovice i kraka 32°. Izračunajte duljinu visine na osnovicu.</p> <p>Odgovor: <u>2.81</u> cm</p>	<p>0 <input type="checkbox"/></p> <p>1 <input type="checkbox"/></p> <p>bod</p>
<p>26.2. Duljine dviju stranica trokuta iznose 17.8 cm i 11.3 cm. Mjera kuta nasuprot duljoj od tih dviju stranica iznosi 73°26'. Izračunajte mjeru kuta nasuprot kraćoj stranici.</p> <p>Odgovor: <u>37° 28' 47"</u></p>	<p>0 <input type="checkbox"/></p> <p>1 <input type="checkbox"/></p> <p>bod</p>
<p>MAT A D-S032</p>	 <p>02</p>

Matematika

<p>27. Zadane su točke $A(-1,3)$, $B(4,0)$ i $S\left(\frac{5}{2},4\right)$.</p> <p>27.1. Odredite jednadžbu pravca koji prolazi točkom S i ima koeficijent smjera jednak koeficijentu smjera pravca AB.</p> <p>Odgovor: $y = -\frac{3}{5}x + \frac{11}{2}$</p>	<p>0 <input type="checkbox"/></p> <p>1 <input type="checkbox"/></p> <p>bod</p>
<p>27.2. Izračunajte duljinu vektora \vec{AB}.</p> <p>Odgovor: $\sqrt{34}$</p>	<p>0 <input type="checkbox"/></p> <p>1 <input type="checkbox"/></p> <p>bod</p>
<p>27.3. Odredite koordinate točke C ako su A, B i C tri uzastopna vrha paralelograma $ABCD$, a S je sjecište njegovih dijagonala.</p> <p>Odgovor: $C(6,5)$</p>	<p>0 <input type="checkbox"/></p> <p>1 <input type="checkbox"/></p> <p>bod</p>
<p>Blank area for student work.</p>	
<p>MAT A D-S032</p>	<p>MAT A D-S032</p>  <p>02</p>

Matematika

28. Riješite zadatke.

28.1. Odredite domenu funkcije $f(x) = \frac{\sqrt{x+3}}{x-2}$.

Odgovor: $[-3, +\infty) \setminus \{2\}$

0	<input type="checkbox"/>
1	<input type="checkbox"/>
bod	

28.2. Riješite jednađbu $\sqrt{x^2+1} = 4-x$.

Odgovor: $x = \frac{15}{8}$

0	<input type="checkbox"/>
1	<input type="checkbox"/>
bod	

28.3. Zadana je funkcija $f(x) = 3x^2 + 10$.

Koliko je $f(2) - f'(3)$ gdje je f' derivacija funkcije f ?

Odgovor: $f(2) - f'(3) =$ 4

0	<input type="checkbox"/>
1	<input type="checkbox"/>
bod	



Matematika

III. Zadatci produženoga odgovora

U 29. i 30. zadatku napišite kemijskom olovkom **postupak** rješavanja i **odgovor** na predviđeno mjesto u ovoj ispitnoj knjižici. Prikažite sav svoj rad (skice, postupak, račun).
Ako dio zadatka riješite napamet, objasnite i napišite kako ste to učinili.
Ne popunjavajte prostor za bodovanje.

29. Riješite zadatke.

29.1. Riješite nejednadžbu $(2x-1)^2 + 3(2x-1) + 2 > 0$ i napišite rješenja uz pomoć intervala.

$$4x^2 - 4x + 1 + 6x - 3 + 2 > 0$$

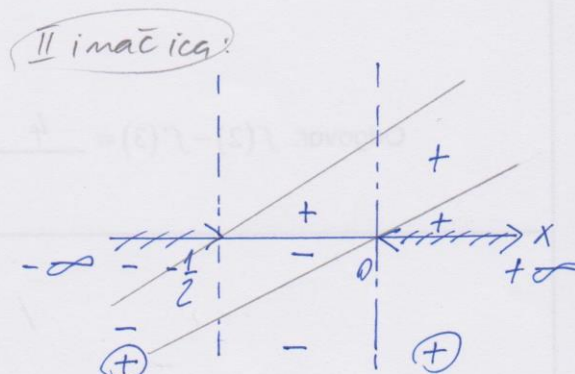
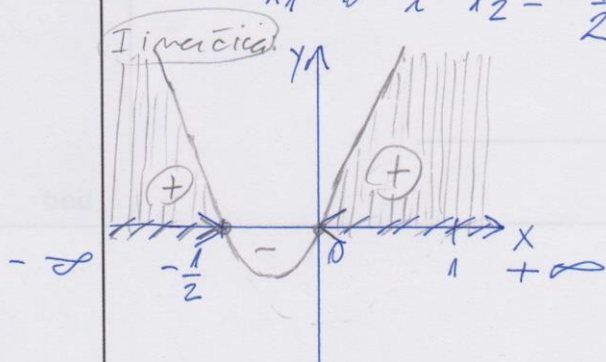
$$4x^2 + 2x > 0$$

$$2x(2x+1) > 0 \quad | :2$$

$$x(2x+1) > 0$$

$$x(2x+1) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad \text{i} \quad x_2 = -\frac{1}{2}$$



$$x \in \mathbb{R} \setminus [-\frac{1}{2}, 0] = \langle -\infty, -\frac{1}{2} \rangle \cup \langle 0, +\infty \rangle$$

Odgovor: $x \in \langle -\infty, -\frac{1}{2} \rangle \cup \langle 0, +\infty \rangle$

- 0
- 1
- 2

bod



Matematika

29.2. Riješite sustav jednačba $\begin{cases} \log(3x+z)=1 \\ 5^{x-y}=0.04 \\ y+3z=0 \end{cases}$

$$\begin{aligned} 3x+z &= 10^1 \\ 3x+z &= 10 \end{aligned}$$

I inačica

$$\begin{aligned} 5^{x-y} &= \frac{1}{100} = 5^{-2} \\ x-y &= -2 \end{aligned}$$

II inačica

$$\begin{aligned} 5^{x-y} &= 0.04 \quad | \cdot \log_5 \\ \log_5 5^{x-y} &= \log_5 0.04 \\ x-y &= -2 \end{aligned}$$

I inačica

$$\begin{cases} 3x+z=10 \\ x-y=-2 \\ y+3z=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z=10-3x \\ x-y=-2 \\ y+3(10-3x)=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z=10-3x \\ y=x+2 \\ (x+2)+30-9x=0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 8x &= 32 \\ x &= 4 \\ y &= 4+2=6 \\ z &= 10-3 \cdot 4 = -2 \end{aligned}$$

Odgovor: $x = \underline{\hspace{2cm}}$

II inačica

$$\begin{cases} 3x+z=10 \\ x-y=-2 \\ y+3z=0 \end{cases} \quad | +$$

$$\begin{aligned} 3x+z &= 10 \\ x+3z &= -2 \quad | \cdot (-3) \\ \hline -8z &= 16 \\ z &= -2 \\ x+3(-2) &= -2 \\ x &= 4 \\ y+3 \cdot (-2) &= 0 \\ y &= 6 \end{aligned}$$

III inačica

(ODE)

(5): E&N

(14): $ax^3+bx^2+cx+d=0$

(2): $ayx+bn\gamma+cnz=d$

	a	b	c	d
1	3	0	1	10
2	1	-1	0	-2
3	0	1	3	0

$$\begin{cases} x=4 \\ y=6 \\ z=-2 \end{cases}$$

$(x, y, z) = (4, 6, -2)$

$y = \underline{\hspace{2cm}}$

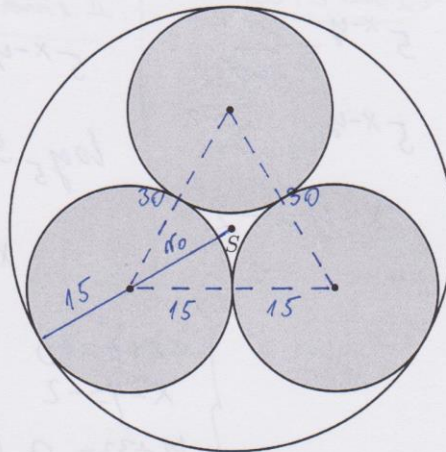
$z = \underline{\hspace{2cm}}$

0
1
2
bod



Matematika

- 29.3. Na skici su prikazane tri sukladne male kružnice koje se međusobno dodiruju i koje iznutra dodiruju veliku kružnicu sa središtem S .
Izračunajte polumjer velike kružnice ako je polumjer male 15 cm.



$$r = 15 \text{ cm}$$

R ... polumjer
velike kružnice?

- upotrijebimo središta triju manjih kružnica
- dobivamo jednakostraničan trokut čija je duljina stranice $a = 15 + 15 = 30 \text{ cm}$
- točka S jednako je udaljena od svakog vrha trokuta (središte opisane kružnice) i ta udaljenost je jednaka $r_0 = R - 15$

$$r_0 = \frac{2}{3} r = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{30\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$$

$$R = r_0 + 15 = 10\sqrt{3} + 15$$

Odgovor: 10√3 + 15 cm

0

1

2

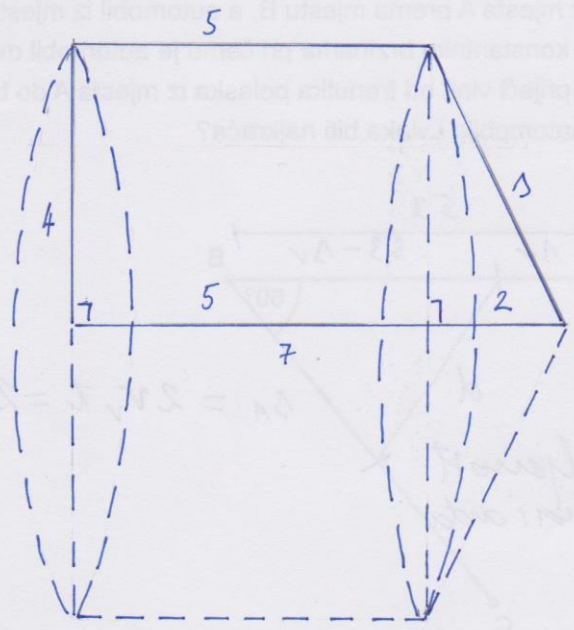
3

bod



Matematika

29.4. Duljine osnovica pravokutnoga trapeza iznose 5 cm i 7 cm, a duljina kraćega kraka iznosi 4 cm. Izračunajte oplošje tijela koje nastaje rotacijom toga trapeza oko dužje osnovice.

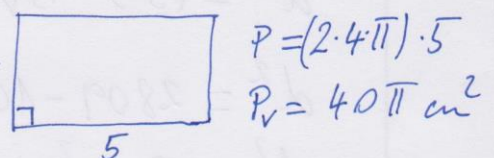


- rotacijom trapeza oko dužje osnovice nastaju valjak i stožac koji imaju zajedničku osnovku

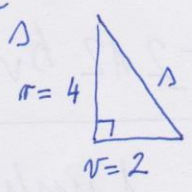
- tijelo tvore: osnovka valjka, plasti valjka i plasti stošca

- osnovka valjka : $B = r^2\pi = 4^2\pi = 16\pi \text{ cm}^2$

- plasti valjka (pravokutnik):
 opseg osnovke valjka $\rightarrow 2r\pi$



- plasti stošca : $P = r\pi\Delta$



- izvodnica
 $\Delta = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$P_s = 4\pi \cdot 2\sqrt{5} = 8\sqrt{5}\pi \text{ cm}^2$

$P_{\text{tijela}} = B + P_v + P_s = 16\pi + 40\pi + 8\sqrt{5}\pi$
 $= 56\pi + 8\sqrt{5}\pi \text{ cm}^2$

Odgovor: $56\pi + 8\pi\sqrt{5}$ cm²

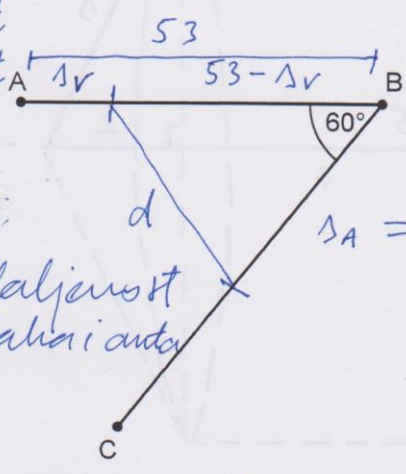
0
1
2
3
bod



Matematika

30. Mjesta A i B udaljena su 53 km i povezana ravnom željezničkom prugom, a mjesta B i C povezana su ravnom autocestom. Kut između ceste i pruge jest 60° kao što je prikazano na skici. U isto je vrijeme vlak krenuo iz mjesta A prema mjestu B, a automobil iz mjesta B prema mjestu C. Oba vozila kreću se konstantnim brzinama pri čemu je automobil dvostruko brži od vlaka. Koliko će kilometara prijeći vlak od trenutka polaska iz mjesta A do trenutka u kojemu će zračna udaljenost između automobila i vlaka biti najkraća?

$|AB| = 53 \text{ km}$
 vlak... $\Delta v = v_v \cdot t$
 auto... $\Delta A = v_A \cdot t$
 $v_A = 2 \cdot v_v$



d ... zračna udaljenost između vlaka i auta

$$d^2 = (53 - \Delta v)^2 + (2\Delta v)^2 - 2(53 - \Delta v) \cdot 2\Delta v \cdot \cos 60^\circ$$

$$d^2 = 2809 - 106\Delta v + \Delta v^2 + 4\Delta v^2 - 106\Delta v + 2\Delta v^2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$d^2 = 7\Delta v^2 - 212\Delta v + 2809$$

$T\left(-\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a}}\right) \cdot \frac{1}{T}$

- kvadratna funkcija postize najmanju vrijednost za $\Delta v = \frac{106}{7} \approx 15.1428...$ i to je duljina puta koju je prešao vlak do trenutka kada je zračna udaljenost između njega i auta najmanja

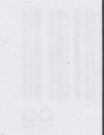


Matematika

Matematika

Odgovor: 15.143 km

0	<input type="checkbox"/>
1	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>
bod	



MAT A D-S032

MAT A D-S032



Matematika

Matematika

Prazna stranica

odgovor: 12. 14. 21



List za koncept – sadržaj se ne boduje

Identifikacijska
naljepnica

PAŽLJIVO NALIJEPI TI

(16) -dijepno računalo

Odgovor: $\boxed{72}$ (ili) $288 = 18 \cdot 16$

$$5832 = 18^3$$

$$\sqrt[3]{288 \cdot 5832} = \sqrt[3]{18 \cdot 16 (\sqrt[3]{18})^3} = \sqrt[3]{18 \cdot 16 \cdot 18} = \sqrt[3]{18^2 \cdot 4^2} = (\sqrt[3]{18 \cdot 4})^2 \\ = 72$$

(17) Odgovor: $\boxed{2.459 \cdot 10^{17} \text{ km}}$ **! NAPOMENA:** Rješenje treba biti iz intervala $[2.459 \cdot 10^{17}, 2.5 \cdot 10^{17}]$

$$1.644 \cdot 10^9 \text{ astronomskih jedinica} = 1.644 \cdot 10^9 \cdot 1.496 \cdot 10^{11} \text{ m} \\ = 2.459424 \cdot 10^{20} \text{ m} = 2.459424 \cdot 10^{20} \cdot 10^{-3} \text{ km} = \\ 2.459424 \cdot 10^{17} \text{ km}$$

$$\left[1 \text{ m} = 10^{-3} \text{ km} = \frac{1}{10^3} \text{ km} = \frac{1}{1000} \text{ km} = 0.001 \text{ km} \right]$$

(18.1) $\boxed{x=2}$

$$x - [3x - (5+x)] + 8 = 3(x+2) - 1$$

$$x - 3x + 5 + x + 8 = 3x + 6 - 1$$

$$4x = 8 \quad | :4$$

$$x = 2$$

(18.2)
$$\frac{x-3}{2} < 2x+4.5 \quad | \cdot 2$$

$$x-3 < 4x+9$$

$$3x > -12$$

$$\boxed{x > -4}$$

$$x \in \langle -4, +\infty \rangle$$

! NAPOMENA: Ne priznaje se
ako je ovaj odgovor
stoji i metodom
zapisan interval

MATA.32.HR.R.P3.08



18430



00

List za koncept – sadržaj se ne boduje

19.1

$$5A + C = 6AB$$

$$5A - 6AB = -C$$

$$A(5 - 6B) = -C$$

$$A = \frac{-C}{5 - 6B} = \frac{-C}{-(5 - 6B)}$$

$$A = \frac{C}{6B - 5}$$

20.1 ?... $m \in \mathbb{N}$.

$$0.75m^2 - 15m - 513 = 0$$

I inačica: direktno računalo
 mode, 5: EQN, 3: $ax^2 + bx + c = 0$
 $[0.75 \quad -15 \quad -513]$

$$x_1 = 38 \quad x_2 = -18$$

$$m = 38$$

II inačica: -kupirica formula

$$m_{1,2} = \frac{15 \pm \sqrt{(-15)^2 - 4 \cdot 0.75(-513)}}{2 \cdot 0.75}$$

$$m_{1,2} = \frac{15 \pm \sqrt{225 + 1539}}{1.5}$$

$$m_{1,2} = \frac{15 \pm 42}{1.5}$$

$$m_1 = 38, m_2 = -18$$

19.2 $5y - 135y^4 = 0 \quad | :5$
 ?... $y \in \mathbb{R}$

$$y - 27y^3 = 0$$

$$y(1 - 27y^3) = 0$$

prepoznavaj radikulu
 kubova: $1^3 - 1^3$

$$y(1 - 3y)(1 + 3y + 9y^2) = 0$$

$$9y^2 + 3y + 1 = 0$$

$$D = 3^2 - 4 \cdot 9 = -27 < 0$$

- kvadratna jednačina
 nema realnih rješenja

$$y = 0 \text{ ili } 1 - 3y = 0, y = \frac{1}{3}$$

Realna rješenja date

jednačine su: $0, \frac{1}{3}$

! NAPOMENA: ne priznaje
 je ako je uz ova dva
 navedena još rješenja

- od dvaju dobivenih rješenja jedino
 $m_1 = 38$ pripada skupu prirodnih brojeva



List za koncept – sadržaj se ne boduje

20.2 n - broj članova grupe
 t - trošak [kn]
 $n = 40$ članova
 $Z = 515$ kn
 $Z = 0.75n^2 - t \cdot n - 5$
 ? ... trošak za 1 člana grupe
 $515 = 0.75 \cdot 40^2 - t \cdot 40 - 5$
 $40t = 680$
 $t = 17$

21.1 $7^{x-1} \leq 2 \quad | \log_7$
 $\log_7 7^{x-1} \leq \log_7 2$
 $x-1 \leq \log_7 2$
 $x \leq \log_7 2 + 1$
 $x \in \left(-\infty, 1 + \log_7 2 \right]$

21.2 $\frac{1}{\log_5 a^2} = \frac{1}{2 \log_5 a} = \left. \begin{array}{l} \text{-knjižica formula:} \\ \log_5 a = \frac{\log a^a}{\log a^5} = \frac{1}{\log a^5} \end{array} \right\}$
 $= \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{\log a^5}} = \frac{\log a^5}{2} = \frac{1}{2} \log a^5$
! NAPOMENA: ne priznaje se
 zapis $\log a^2 5$



List za koncept – sadržaj se ne boduje

(22.1) - aritmetički niz

$$d = 12$$

$$a_{57} = 206$$

$$a_{54} = ?$$

knjižica formula: $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$206 = a_1 + 56 \cdot 12$$

$$a_1 = -466$$

$$a_{54} = -466 + 53 \cdot 12 = \boxed{170}$$

$$\text{ili } a_{57} = a_{54} + 3 \cdot d$$

$$a_{54} = 206 - 3 \cdot 12$$

$$a_{54} = 170$$

(22.2)

$$\binom{100}{0} 2^{100} - \binom{100}{1} 2^{99} + \binom{100}{2} 2^{98} - \dots + \binom{100}{98} 2^2 - \binom{100}{99} 2 + \binom{100}{100}$$

$$= [2 + (-1)]^{100} = 1^{100} = \boxed{1} \quad ! \text{ knjižica formula}$$

$$\sum_{k=0}^{100} \binom{100}{k} 2^{100-k} \cdot (-1)^k = (2-1)^{100} = 1^{100} = 1$$

(23.1)

$$f(x) = 3x^2 - 6x + 2 - p, \quad p \in \mathbb{R}$$

$$p = ?, \quad x_1 \cdot x_2 = 5, \quad f(x) = 0$$

Vièteove formule (knjižica formula): $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

$$a = 3; \quad b = -6; \quad c = 2 - p$$

$$5 = \frac{2-p}{3}$$

$$15 = 2 - p$$

$$\boxed{p = -13}$$

(23.2)

$$p \in \mathbb{R} \dots ? \quad f(x) > 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$a = 3 > 0, \text{ uvjet: } \Delta < 0 / \neq$$

- nema realnih rješenja

$$(-6)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (2-p) < 0$$
$$36 - 24 + 12p < 0$$

$$12p < -12$$

$$\boxed{p < -1}$$

$$p \in (-\infty, -1)$$



List za koncept – sadržaj se ne boduje

24.1) **! NAPOMENA:** parabola mora prolaziti navedenim tačkama i mora biti simetrična

$f(x) = ax^2 + c, T(0, c)$

$A(0, -3), f(0) = -3 \rightarrow -3 = a \cdot 0^2 + c, \boxed{c = -3}$

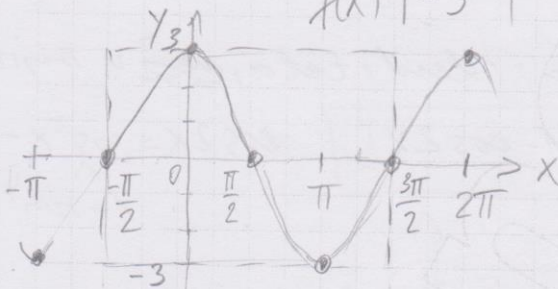
$B(2, 1), f(2) = 1 \rightarrow 1 = a \cdot 2^2 - 3, \boxed{a = 1} \rightarrow f(x) = x^2 - 3$

x	±1	±2	±3
f(x)	-2	1	6

24.2) $f(x) = 3 \cos x, [-\pi, 2\pi]$

I imaćica

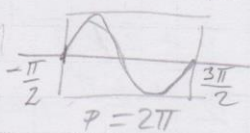
x	$-\pi$	$-\pi/2$	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π
f(x)	-3	0	3	0	-3	0	3



$f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$

II imaćica $f(x) = 3 \sin(x + \frac{\pi}{2})$

period: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi$



fazni pomak: $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

amplituda: $A = 3$

$f(x) = 0$, nultočke

$3 \sin(x + \frac{\pi}{2}) = 0 \quad | :3$

$\sin(x + \frac{\pi}{2}) = 0 \quad | \cdot 2$

$x = -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$k=0, x = -\frac{\pi}{2} \quad NT_1(-\frac{\pi}{2}, 0)$

$k=1, x = \frac{\pi}{2} \quad NT_2(\frac{\pi}{2}, 0)$

$k=2, x = \frac{3\pi}{2} \quad NT_3(\frac{3\pi}{2}, 0)$

$\max f(x) = 3$

$3 \sin(x + \frac{\pi}{2}) = 3 \quad | :3$

$\sin(x + \frac{\pi}{2}) = 1 \quad | \cdot 2$

$x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$k=0, x=0$

$k=1, x=2\pi$

$\min f(x) = -3$

$3 \sin(x + \frac{\pi}{2}) = -3 \quad | :3$

$\sin(x + \frac{\pi}{2}) = -1$

$x + \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \quad T_{1 \max}(0, 3)$

$x = \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \quad T_{2 \max}(2\pi, 3)$

$k=-1, x = -\pi$

$k=0, x = \pi$

$T_{1 \min}(-\pi, -3)$

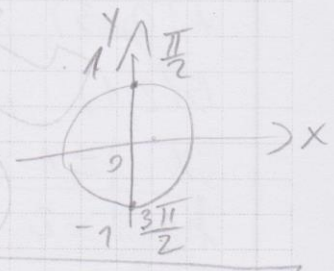
$T_{2 \min}(\pi, -3)$



List za koncept – sadržaj se ne boduje | $a = \text{tg } x$ |

25.1 $\frac{\lim^2 x - \cos^2 x + 1}{\cos^2 x} = \frac{\lim^2 x + \lim^2 x}{\cos^2 x} = \frac{2\lim^2 x}{\cos^2 x} = 2 \left(\frac{\sin x}{\cos x} \right)^2$
 $2(\text{tg } x)^2 = \boxed{2a^2}$

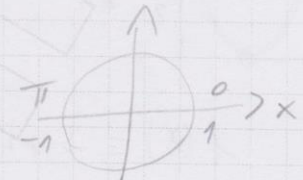
25.2 $(\lim x - \frac{1}{2})(\lim x + \frac{1}{2}) = \frac{3}{4}$
 $(\lim x)^2 - (\frac{1}{2})^2 = \frac{3}{4}$
 $\boxed{\lim^2 x = 1} \quad | \sqrt{\quad}$



I maćica: $\lim x = \pm 1 \Rightarrow \boxed{x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}}$
 $x \in \{ \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \} \cup \{ \frac{3\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \} = \{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \}$

I maćica: [primijeri identiteta, ne] u knjizi. form.]
 $\boxed{\lim^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)}$ $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - \sin^2 x$

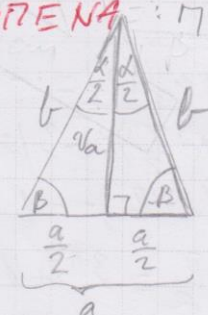
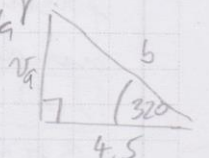
$\frac{1}{2}(1 - \cos 2x) = 1$
 $1 - \cos 2x = 2$
 $\cos 2x = -1$



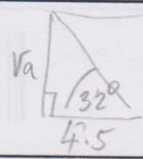

$2x = \pi + 2k\pi \quad | :2, k \in \mathbb{Z}$
 $\boxed{x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}}$

[2.8, 2.82]

26.1 **NAPOMENA**: rješuje i treba biti iz intervala
 I maćica:
 $v^2 = v_a^2 + (\frac{a}{2})^2$
 $\cos 32^\circ = \frac{4.5}{b}$
 $b = \frac{4.5}{\cos 32^\circ} = 5.3063\dots$
 $v_a = \sqrt{5.31^2 - 4.5^2} = 2.8188\dots$

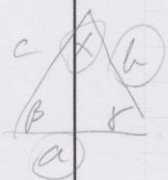



I maćica:
 $\text{tg } 32^\circ = \frac{v_a}{4.5}$
 $v = 4.5 \cdot \text{tg } 32^\circ = 2.8119\dots$
 $v = \boxed{2.81 \text{ cm}}$

List za koncept – sadržaj se ne boduje

26.2 **KAPOTIENA!** Kijunje treba biti iz intervala: $[37^{\circ}27', 37^{\circ}30']$



$a = 17.8 \text{ cm}$
 $b = 11.3 \text{ cm}$
 $a > b \Rightarrow \alpha > \beta$
 $\alpha = 73^{\circ}26'$

$\sin \beta = \frac{b \cdot \sin \alpha}{a}$
 $\sin \beta = \frac{11.3 \cdot \sin 73^{\circ}26'}{17.8}$

SSK
 početak
 optimizira

$\beta = ?$
 $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$

$\sin \beta = \frac{46.51''}{17.8}$
 $\beta = [37^{\circ}28' | 47''$

27
 $A(-1, 3)$
 $B(4, 0)$
 $S(\frac{5}{2}, 4)$

(1) $k_s = k_{AB} \Rightarrow p_s \parallel p_{AB}$

$k_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 3}{4 - (-1)} = -\frac{3}{5}$

$y - y_1 = k(x - x_1) \dots p_s$

$y - 4 = -\frac{3}{5}(x - \frac{5}{2})$

$y = -\frac{3}{5}x + \frac{11}{2}$

(2) Imačica:

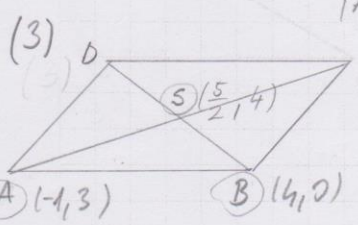
$|\vec{AB}| = |AB| = d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$|\vec{AB}| = \sqrt{[4 - (-1)]^2 + (0 - 3)^2} = \sqrt{25 + 9} = \sqrt{34} \approx 5.83095$

II imačica

$\vec{AB} = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} = 5\vec{i} - 3\vec{j}$

$|\vec{AB}| = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34}$



$C(x, y) = ?$

Imačica: \vec{AC} i \vec{BD} imaju isto polovište točku $S(\frac{x_A + x_C}{2}, \frac{y_A + y_C}{2})$

$\frac{-1 + x_C}{2} = \frac{5}{2} \quad | \quad x_C = 6$

$\frac{3 + y_C}{2} = 4 \quad | \quad y_C = 5$

$C(6, 5)$

III imačica $\vec{AS} = \vec{SC}$

$(x_S - x_A)\vec{i} + (y_S - y_A)\vec{j} = (x_C - x_S)\vec{i} + (y_C - y_S)\vec{j}$

$(\frac{5}{2} + 1)\vec{i} + (4 - 3)\vec{j} = (x_C - \frac{5}{2})\vec{i} + (y_C - 4)\vec{j}$

$\frac{7}{2}\vec{i} + \vec{j} = x_C\vec{i} - \frac{5}{2}\vec{i} + y_C\vec{j} - 4\vec{j}$

$6\vec{i} + 5\vec{j} = x_C\vec{i} + y_C\vec{j}$
 $x_C = 6, y_C = 5 \Rightarrow C(6, 5)$



00

List za koncept – sadržaj se ne boduje

$$28.1 \quad x+3 \geq 0 \quad \text{i} \quad x-2 \neq 0$$

$$x \geq -3 \quad \text{i} \quad x \neq 2$$

$$x \in [-3, +\infty) \setminus \{2\}$$

$$28.2 \quad \sqrt{x^2+1} = 4-x \quad |(\quad)^2 \quad \text{uvjet: } 4-x \geq 0, \quad x \leq 4$$

$$\begin{aligned} (\sqrt{x^2+1})^2 &= (4-x)^2 \\ x^2+1 &= 16-8x+x^2 \\ 8x &= 15 \end{aligned}$$

$$\boxed{x = \frac{15}{8}} \quad \text{je rjesenje}$$

-lijeva strana dave jednadzbe je vrijednost drugog korijena, uvijek nenegativan realan broj

$$\frac{15}{8} \leq 4$$

$$28.3 \quad f(x) = 3x^2 + 10$$

$$f(2) - f'(3) = ? \quad , \quad f' \text{ derivacija } f$$

$$f(2) = 3 \cdot 2^2 + 10 = 22$$

$$f'(x) = 3 \cdot 2x = 6x$$

$$f'(3) = 6 \cdot 3 = 18$$

$$f(2) - f'(3) = 22 - 18 = \boxed{4}$$





Nacionalni centar
za vanjsko vrednovanje
obrazovanja

ISPIT
DRŽAVNE MATURE

33

M
A
T
A

Matematika – viša razina

PAZLJIVO NALJEPITI

List za odgovore

Šifra moderatora: _____

D-S032

1.	A	B	C	D	X	21.1.	0	1		NO		
2.	A	B	X	C	D	21.2.	0	1		NO		
3.	A	X	B	C	D	22.1.	0	1		NO		
4.	A	B	C	D	X	22.2.	0	1		NO		
5.	A	B	C	X	D	23.1.	0	1		NO		
6.	A	B	X	C	D	23.2.	0	1		NO		
7.	A	B	C	X	D	24.1.	0	1		NO		
8.	A	X	B	C	D	24.2.	0	1		NO		
9.	A	B	C	X	D	25.1.	0	1		NO		
10.	A	B	C	X	D	25.2.	0	1		NO		
11.	A	B	C	D	X	26.1.	0	1		NO		
12.	A	X	B	C	D	26.2.	0	1		NO		
13.	A	B	C	D	X	27.1.	0	1		NO		
14.	A	B	X	C	D	27.2.	0	1		NO		
15.	A	B	C	X	D	27.3.	0	1		NO		
Ostale zadatke riješite u ispitnoj knjižici. Popunjava ocjenjivač.						28.1.	0	1		NO		
						28.2.	0	1		NO		
16.	0	1			NO	28.3.	0	1		NO		
17.	0	1			NO	29.1.	0	1	2	NO		
18.1.	0	1			NO	29.2.	0	1	2	NO		
18.2.	0	1			NO	29.3.	0	1	2	3	NO	
19.1.	0	1			NO	29.4.	0	1	2	3	NO	
19.2.	0	1			NO	30.	0	1	2	3	4	NO
20.1.	0	1			NO							
20.2.	0	1			NO							

Šifra ocjenjivača: _____

MATA.32.HR.R.L1.01



18431

NE FOTOKOPIRATI
OBRAZAC SE ČITA OPTIČKI

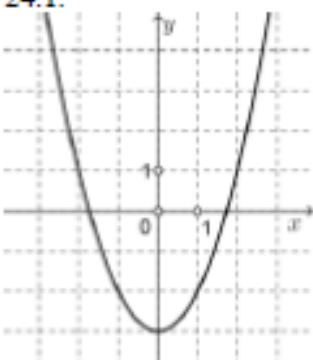
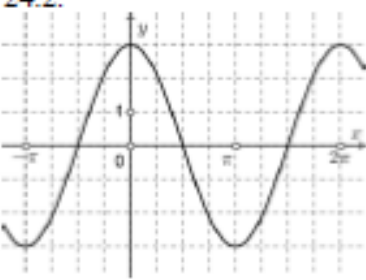
NE PISATI PREKO
POLJA ZA ODGOVORE

Označavati ovako: X

MATA



**Ključ za odgovore ispita iz Matematike na višoj razini (A)
na ljetnom roku državne mature 2016.**

1. D	2. B	3. A	4. D
5. C	6. B	7. C	8. A
9. C	10. C	11. D	12. A
13. D	14. B	15. C	
16. 72	17. $2.459 \cdot 10^{17}$	18.1. 2	18.2. $x > -4$
19.1. $\frac{C}{6B-5}$	19.2. $0, \frac{1}{3}$	20.1. 38	20.2. 17
21.1. $x \leq 1 + \log_2 2$	21.2. $\frac{1}{2} \log_a 5$	22.1. 170	22.2. 1
23.1. -13	23.2. $p < -1$	24.1. 	24.2. 
25.1. $2a^2$	25.2. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$	26.1. 2.81	26.2. $37^\circ 28' 47''$
27.1. $y = -\frac{3}{5}x + \frac{11}{2}$	27.2. $\sqrt{34}$	27.3. $C(6, 5)$	28.1. $[-3, +\infty) \setminus \{2\}$
28.2. $x = \frac{15}{8}$	28.3. 4	29.1. $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \cup (0, +\infty)$	29.2. $x = 4, y = 6, z = -2$
29.3. $10\sqrt{3} + 15$	29.4. $56\pi + 8\pi\sqrt{5}$	30. 15.143	

**BODOVANJE ISPITA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI 2016. - ljetni rok
VIŠA RAZINA – II DIO ISPITA**

Napomena uz bodovanje II dijela ispita:

Prihvati sve ekvivalentne zapise rješenja, ukoliko nije drukčije zapisano.

16. $\boxed{72}$

17. $\boxed{2.459 \cdot 10^{17}}$ km

Rješenje treba biti iz intervala

$\boxed{[2.459 \cdot 10^{17}, 2.5 \cdot 10^{17}]}$

18.1. $x = \boxed{2}$

18.2. $x > \boxed{-4}$

Ne priznaje se ako je uz ovaj odgovor stoji i netočno zapisan interval

19.1. $A = \frac{\boxed{C}}{\boxed{6B-5}}$

19.2. $\boxed{0, \frac{1}{3}}$

Ne priznaje se ako je uz ova dva navedeno još rješenja.

20.1. $n = \boxed{38}$

Ne priznaje se ako je uz ovo navedeno još neko rješenje.

20.2. $\boxed{17}$ kn

21.1. $x \leq \boxed{1 + \log_7 2}$

21.2. $\frac{\boxed{1}}{2} \log_a 5$

Ne priznaje se zapis $\log_a 2 \cdot 5$

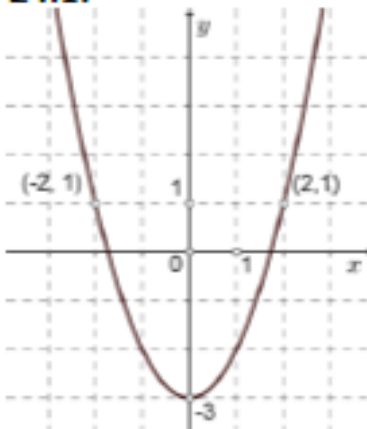
22.1. $a_{34} = \boxed{170}$

22.2. $\boxed{1}$

23.1. $p = \boxed{-13}$

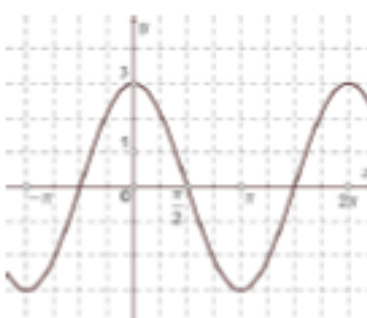
23.2. $p < \boxed{-1}$

24.1.



Parabola mora prolaziti navedenim točkama i mora biti simetrična.

24.2.



25.1. $\boxed{2a^2}$

25.2. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

26.1. $\boxed{2.81}$ cm

Rješenje treba biti iz intervala $\boxed{[2.8, 2.82]}$

26.2. $\boxed{37^\circ 28' 47''}$

Rješenje treba biti iz intervala $\boxed{[37^\circ 27', 37^\circ 30']}$

27.1. $y = -\frac{3}{5}x + \frac{11}{2}$

27.2. $\sqrt{\boxed{34}} \approx 5.83095\dots$

27.3. $C(\boxed{6}, \boxed{5})$

28.1. $\boxed{[-3, +\infty) \setminus \{2\}}$

28.2. $x = \frac{\boxed{15}}{\boxed{8}}$

28.3. $\boxed{4}$

III DIO ISPITA

Napomene uz bodovanje III dijela ispita:

1. Priznaju se točna rješenja dobivena različitim načinima.
2. **MORA** biti prikazan postupak rješavanja
3. Pristupniku koji je pogrešno prepisao zadatak, te ga zatim točno riješio (a da pritom zadatak nije promijenio smisao niti je pojednostavljen) oduzima se 1 bod od predviđenoga broja bodova za taj zadatak.
4. Pristupniku koji je učinio pogrešku, a da pritom zadatak nije promijenio smisao niti je pojednostavljen, boduju se ispravno provedeni koraci

29.1.

$$x \in \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \cup (0, +\infty)$$

2 boda

- 1 bod - postupak rješavanja i rješenja kvadratne jednadžbe
- 1 bod - rješenje kvadratne nejednadžbe dobiveno točnim i potpunim postupkom

29.2.

$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 6 \\ z = -2 \end{cases}$$

2 boda

- 1 bod - svođenje na sustav linearnih jednadžbi

$$\begin{cases} 3x + z = 10 \\ x - y = -2 \\ y + 3z = 0 \end{cases}$$

- 1 bod - rješenje sustava

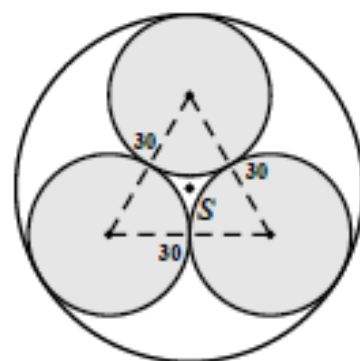
Ne priznaje se rješenje sustava dobiveno kalkulatorom, treba biti prikazan cjelovit postupak.

29.3.

$$10\sqrt{3} + 15 \text{ cm} \quad 3 \text{ boda}$$

$$\approx 32.32050808\dots$$

- 1 bod - povezivanje jednakostraničnog trokuta i središta velike kružnice
- 1 bod - određivanje elemenata jednakostraničnog trokuta
- 1 bod - određivanje radijusa



$$a = 30 \text{ cm}$$

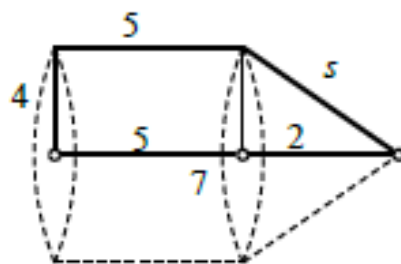
$$\frac{2}{3}v = 10\sqrt{3} \approx 17.32 \text{ cm}$$

$$R = 10\sqrt{3} + 15 \text{ cm}$$

29.4. $56\pi + 8\pi\sqrt{5} \text{ cm}^2$

$$\approx 232.1277\dots \quad 3 \text{ boda}$$

- 1 bod - određivanje elemenata valjka i stošca nastalih rotacijom
- 1 bod - plašt valjka i stošca
- 1 bod - oplošje tijela



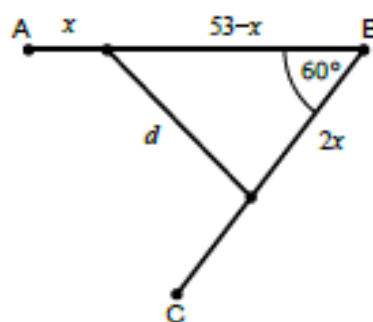
$$O = 16\pi + 8\pi \cdot 5 + 4\pi \cdot 2\sqrt{5}$$

30.

$$15.143 \text{ km}$$

4 boda

- 1 bod - modeliranje (skica)
- 1 bod - veza kutova i stranica trigonometrijom
- 1 bod - kvadratna funkcija
- 1 bod - rješenje (x_{\min})



$$d^2 = (53-x)^2 + (2x)^2 - 2 \cdot (53-x) \cdot 2x \cdot \cos 60^\circ$$

$$d^2 = 7x^2 - 212x + 2809$$

$$x_{\min} = \frac{106}{7} \approx 15.143$$



Nacionalni centar
za vanjsko vrednovanje
obrazovanja

Identifikacijska
naljepnica
PAŽLJIVO NALJEPITI

MATEMATIKA

viša razina

KNJIŽICA FORMULA

MAT T A

MATA.32.HR.R.T2.08



18432



12

Matematika

Knjižica formula

FORMULE

- Kompleksan broj: $i^2 = -1$, $z = a + bi$, $\bar{z} = a - bi$, $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$, $a, b \in \mathbf{R}$

- $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$, $z_1 \cdot z_2 = r_1 r_2 (\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2))$,

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} (\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 - \varphi_2)), \quad z^n = r^n (\cos n\varphi + i \sin n\varphi),$$

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} \left(\cos \left(\frac{\varphi + 2k\pi}{n} \right) + i \sin \left(\frac{\varphi + 2k\pi}{n} \right) \right), \quad k = 0, 1, \dots, n-1$$

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $a^m : a^n = a^{m-n}$ ($a \neq 0$), $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ ($a \neq 0$), $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

- $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$, $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$

- $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$, $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$

- $(a + b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \dots + \binom{n}{k} a^{n-k} b^k + \dots + \binom{n}{n-1} a b^{n-1} + b^n$

- Kvadratna jednačina: $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

- Vièteove formule: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

- Tjeme parabole: $T \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$

- $b^x = a \Leftrightarrow x = \log_b a$, $\log_b b^x = x = b^{\log_b x}$

- $\log_b(xy) = \log_b x + \log_b y$, $\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$, $\log_b x^y = y \log_b x$, $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$



Matematika

Knjižica formula

- Površina trokuta: $P = \frac{a \cdot v_a}{2}$, $P = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

$$P = \frac{ab \sin \gamma}{2}, \quad P = \frac{abc}{4r_o}, \quad P = r_o s$$

- Jednakostraničan trokut: $P = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, $v = \frac{a \sqrt{3}}{2}$, $r_o = \frac{2}{3}v$, $r_a = \frac{1}{3}v$

- Površina paralelograma: $P = a \cdot v$

- Površina trapeza: $P = \frac{a+c}{2} \cdot v$

- Površina kruga: $P = r^2 \pi$

- Opseg kruga: $O = 2r\pi$

- Površina kružnoga isječka: $P = \frac{r^2 \pi \alpha}{360}$

- Duljina kružnoga luka: $l = \frac{\pi r \alpha}{180}$

B = površina osnovke (baze), P = površina pobočja, h = duljina visine

- Obujam (volumen) prizme i valjka: $V = B \cdot h$

- Oplošje prizme i valjka: $O = 2B + P$

- Obujam (volumen) piramide i stošca: $V = \frac{1}{3}B \cdot h$

- Oplošje piramide: $O = B + P$

- Oplošje stošca: $O = r^2 \pi + r\pi s$

r = polumjer osnovke s = duljina izvodnice

- Obujam (volumen) kugle: $V = \frac{4}{3}r^3 \pi$

- Oplošje kugle: $O = 4r^2 \pi$, r = polumjer kugle

- U pravokutnome trokutu:

$$\text{sinus kuta} = \frac{\text{nasuprotna kateta}}{\text{hipotenuza}}, \quad \text{kosinus kuta} = \frac{\text{priležeća kateta}}{\text{hipotenuza}}$$

$$\text{tangens kuta} = \frac{\text{nasuprotna kateta}}{\text{priležeća kateta}}$$

MAT T A



99

Matematika

Knjižica formula

- Poučak o sinusima: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$
- Poučak o kosinusima: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$

- $\sin^2 x + \cos^2 x = 1, \quad \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$

- $\sin 2x = 2 \sin x \cos x, \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

- $\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \sin y \cos x$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x \pm y) = \frac{\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y}{1 \mp \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$$

- $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

- $\sin x \sin y = \frac{1}{2} [\cos(x-y) - \cos(x+y)]$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x-y) + \cos(x+y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x-y) + \sin(x+y)]$$

- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}, \quad \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

MAT T A



99

Matematika

Knjižica formula

- Udaljenost točkaka T_1, T_2 : $d(T_1, T_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Polovište dužine $\overline{T_1 T_2}$: $P\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$
- Vektor $\overrightarrow{T_1 T_2}$: $\overrightarrow{T_1 T_2} = \vec{a} = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j}$
- Skalarni umnožak vektora: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \alpha$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2$
- Jednadžba pravca: $y - y_1 = k(x - x_1)$, $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- Kut α između dvaju pravaca: $\tan \alpha = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$
- Udaljenost točke $T(x_1, y_1)$ i pravca p : $Ax + By + C = 0$: $d(T, p) = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$



Matematika

Knjižica formula

Krivulja drugoga reda	Jednačba	Tangenta u točki krivulje (x_1, y_1)
Kružnica središte $S(p, q)$	$(x-p)^2 + (y-q)^2 = r^2$	$(x_1 - p)(x - p) + (y_1 - q)(y - q) = r^2$
Elipsa fokusi $F_{1,2}(\pm e, 0)$ $e^2 = a^2 - b^2$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\frac{x_1 x}{a^2} + \frac{y_1 y}{b^2} = 1$
Hiperbola fokusi $F_{1,2}(\pm e, 0)$ $e^2 = a^2 + b^2$ asimptote $y = \pm \frac{b}{a}x$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\frac{x_1 x}{a^2} - \frac{y_1 y}{b^2} = 1$
Parabola fokus $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ direktrisa $x = -\frac{p}{2}$	$y^2 = 2px$	$y_1 y = p(x + x_1)$

- Uvjet dodira pravca $y = kx + l$ i kružnice: $r^2(1+k^2) = (kp - q + l)^2$



Matematika

Knjižica formula

• Aritmetički niz: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$, $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

• Geometrijski niz: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$

• Geometrijski red: $S = \frac{a_1}{1 - q}$, $|q| < 1$

• Derivacija umnoška: $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$ • Derivacija kvocijenta: $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$

• Derivacija kompozicije: $(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

• Tangenta na graf funkcije f u $T(x_0, y_0)$: $y - y_0 = f'(x_0) \cdot (x - x_0)$

• Derivacije:

$c' = 0$	$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$, $n \neq 0$	$(\sin x)' = \cos x$	$(\cos x)' = -\sin x$	$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
----------	---	----------------------	-----------------------	---





Matematika

Prazna stranica

MATTA



99